

# Взрыв сверхновой

Выполнили: А.А. Обычный, А.Д. Ле

Научный руководитель: А.С. Байгашов

## Аннотация

В работе представлены результаты моделирования процесса взрыва сверхновой звезды. В частности, рассмотрено падение оболочки звезды на ее ядро и последующее обратное движение этой оболочки вследствие взрыва. Рассмотрены два гипотетических сценария взрыва звёзд, размерами и массой соответствующих Солнцу и Сириусу.

## Введение

Взрыв сверхновой – редкое, но впечатляющее событие. Процесс взрыва сверхновой чрезвычайно сложен для моделирования, однако отдельные его элементы вполне поддаются описанию с точки зрения ньютоновской механики. В частности, сам процесс взрыва можно представить как последовательное схлопывание (коллапс) оболочки звезды на её ядро, а затем – разлёт остатков оболочки в сторону от ядра в результате взрыва. Подобный процесс можно смоделировать, выделив в структуре рассматриваемой звезды две области – статичное ядро и окружающую его оболочку, состоящую из счётного числа элементов. Тогда, применяя к элементам оболочки законы механики, можно смоделировать её движение при взрыве. Именно это и является целью настоящей работы. Для её достижения требуется создать набор скриптов, позволяющих численно решать необходимые уравнения, а также анимировать результат решения для большей наглядности. В качестве инструмента для решения этих задач был выбран язык программирования Python 3, вместе с открытыми библиотеками позволяющий выполнять весь комплекс поставленных задач.

## Постановка задачи

Для моделирования этого события необходимо решить дифференциальное уравнение, базирующееся на втором законе Ньютона:

$$\frac{dx}{dt} = v_x$$
$$\frac{dv_x}{dt} = - \frac{g * x}{R * \sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -\frac{g * y}{R * \sqrt{x^2 + y^2}}$$

Таким образом, задача сводится к разбиению оболочки звезды на набор элементов, к каждому из которых необходимо применить указанные уравнения.

## Начальные условия

Для решения поставленной задачи необходимо определить следующие начальные условия:

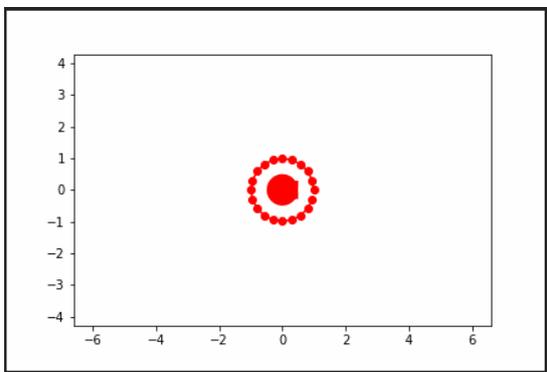
- Радиус Солнца = 696340 км
- Радиус ядра Солнца = 173 000 км
- Масса Солнца =  $1.989 * 10^{30}$  кг

Сириус – ближайшая к нам звезда после Солнца, поэтому именно ее взрыва мы должны больше всего опасаться. Рассмотрим начальные данные для звезды Сириус.

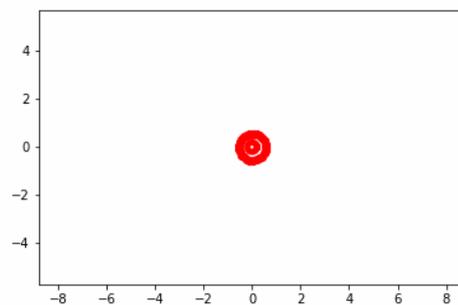
- Радиус оболочки Сириуса примерно равен 1.7 солнечных радиусам
- Радиус ядра Сириуса примерно равен 1.35 солнечным радиусам
- Масса Сириуса равна 2 солнечным массам

## Результаты моделирования

В результате численного моделирования была получена анимация движения набора элементов, симулирующих оболочку взрывающейся звезды. Были рассмотрены два варианта – с Солнцем (рис. 1) и Сириусом (рис. 2).



Солнце в начале



Момент перед взрывом

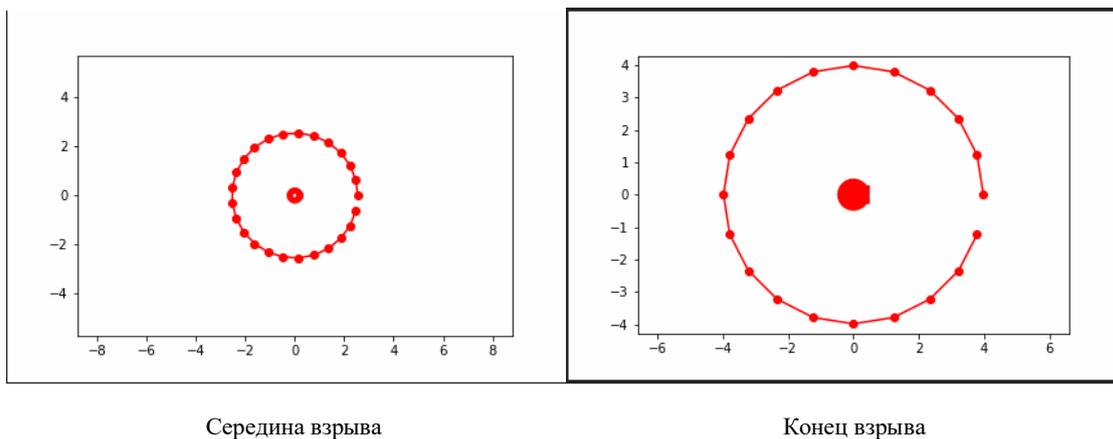


Рис. 1. Взрыв Солнца

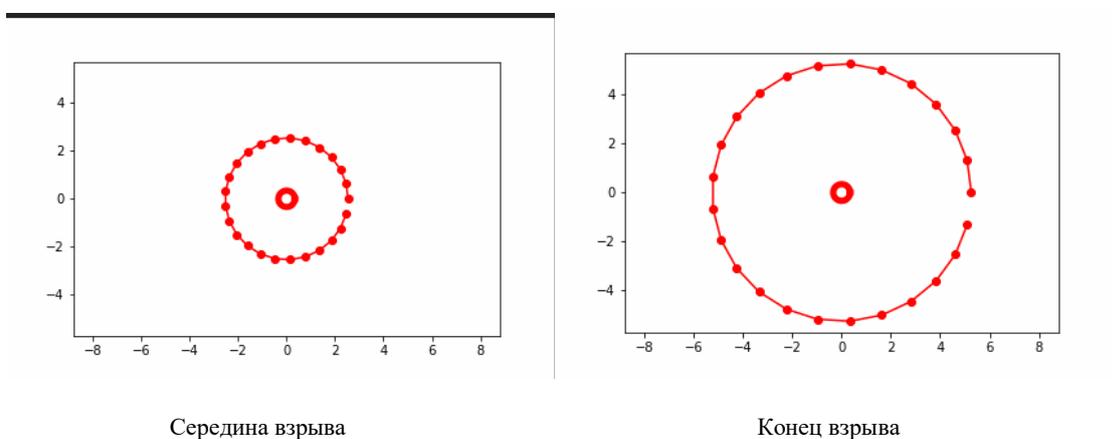
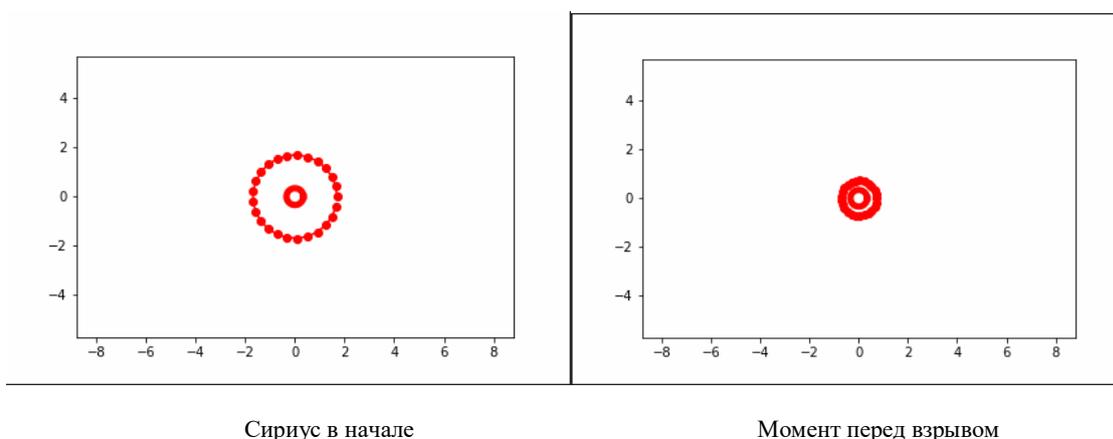


Рис. 2. Взрыв Сириуса

## Заключение

Проведённое исследование продемонстрировало принципиальную возможность моделирования отдельных аспектов даже таких сложных процессов, как взрыв сверхновых. Использование функционала Python и его открытых библиотек позволило не только численно решить систему дифференциальных уравнений, но и наглядно проиллюстрировать результат решения с помощью анимации движения частиц оболочки.

Как показал опыт выполнения этой работы, готовые скрипты легко модифицируются под различные задачи, например, моделирование аналогичного процесса с иными начальными условиями. В качестве дальнейшего развития нашей работы, для большего реализма, можно рассмотреть взрыв звезды в окружении других космических объектов для того, чтобы понять, как оболочка взорвавшейся звезды будет взаимодействовать с другими телами.

### Листинг кода для решения задачи:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.animation import FuncAnimation
import matplotlib.animation as animation
from scipy.integrate import odeint

M = 1 # Масса ядра в Солнечных массах
R = 0.2 # Радиус ядра в Солнечных радиусах
G = 6.67430 * 10**(-11)
m_sun = 1.989*10**30
R_sun = 696340*10**3
R_shel = 1 # Радиус оболочки в солнечных радиусах

T = 20000 # Время анимации в секундах (соответствует примерно реальному
времени коллапса оболочки)
n = 2000 # Число шагов / кадров

tau = np.linspace(0, T, n) # Массив для одного временного шага

N = 25 # Число частиц оболочки
p = np.zeros((N, 4)) # Массив для координат и скоростей всех точек

# Массивы для записи координат для итоговой анимации
x = np.zeros((N, n))
y = np.zeros((N, n))

for i in range(N): # Цикл для расстановки точек по кругу
    p[i, 0], p[i, 1], p[i, 2], p[i, 3] = R_shel*np.cos(2*np.pi*i/N), 0,
    R_shel*np.sin(2*np.pi*i/N), 0
    x[i, 0], y[i, 0] = p[i, 0], p[i, 2]

def move_func(s, t):
    x, v_x, y, v_y = s

    # Система диф. уравнений на базе второго закона Ньютона
    g = G * m_sun * M / (R_sun**2*(x**2 + y**2))

    dxdt = v_x
    dv_xdt = - g * x / (R_sun * np.sqrt(x**2 + y**2))

    dydt = v_y
    dv_ydt = - g * y / (R_sun * np.sqrt(x**2 + y**2))

    return dxdt, dv_xdt, dydt, dv_ydt

def collision(x1, vx1, y1, vy1, x2, vx2, y2, vy2, radius1, radius2, mass1,
mass2, K):
    """Аргументы функции:
    x1, y1, vx1, vy1 - координаты и компоненты скорости 1-ой частицы
    x2, y2, vx2, vy2 - координаты и компоненты скорости 2-ой частицы
```

```

radius, mass1, mass2 - радиус частиц и их массы (массы разные можно
задавать, радиус для простоты взят одинаковый)
K - коэффициент восстановления (K=1 для абсолютного упругого удара, K=0
для абсолютно неупругого удара, 0<K<1 для реального удара).
В данном случае коэффициент ВАЖНО положить больше 1, чтобы учесть
дополнительную кинетическую энергию, возникающую в результате взрыва.
Функция возвращает компоненты скоростей частиц, рассчитанные по формулам
для реального удара, если столкновение произошло. Если удара нет, то
возвращаются те же значения скоростей, что и заданные в качестве аргументов.
"""
r12 = np.sqrt((x1-x2)**2 + (y1-y2)**2) #расчет расстояния между центрами
частиц
# расчет модулей скоростей частиц
v1 = np.sqrt(vx1**2 + vy1**2)
v2 = np.sqrt(vx2**2 + vy2**2)

#проверка условия на столкновение: расстояние должно быть меньше 2-х
радиусов
if r12 <= radius1 + radius2:
    '''вычисление углов движения частиц thetal(2), т.е. углов между
направлением скорости частицы и положительным направлением оси X.
Если частица покоится, то угол считается равным нулю. Т.к. функция
arccos имеет область значений от 0 до pi, то в случае отрицательных
у-компонент скорости для вычисления угла thetal(2) надо из 2*pi
вычесть значение arccos(vx/v)
'''
    if v1!=0:
        thetal = np.arccos(vx1 / v1)
    else:
        thetal = 0
    if v2!=0:
        theta2 = np.arccos(vx2 / v2)
    else:
        theta2 = 0
    if vy1<0:
        thetal = - thetal + 2 * np.pi
    if vy2<0:
        theta2 = - theta2 + 2 * np.pi

    #вычисление угла соприкосновения.
    if (y1-y2)<0:
        phi = - np.arccos((x1-x2) / r12) + 2 * np.pi
    else:
        phi = np.arccos((x1-x2) / r12)

    # Пересчет x-компоненты скорости первой частицы
    VX1 = v1 * np.cos(thetal - phi) * (mass1 - K * mass2) \
    * np.cos(phi) / (mass1 + mass2) \
    + ((1 + K) * mass2 * v2 * np.cos(theta2 - phi)) \
    * np.cos(phi) / (mass1 + mass2) \
    + K * v1 * np.sin(thetal - phi) * np.cos(phi + np.pi / 2)

    # Пересчет y-компоненты скорости первой частицы
    VY1 = v1 * np.cos(thetal - phi) * (mass1 - K * mass2) \
    * np.sin(phi) / (mass1 + mass2) \
    + ((1 + K) * mass2 * v2 * np.cos(theta2 - phi)) \
    * np.sin(phi) / (mass1 + mass2) \
    + K * v1 * np.sin(thetal - phi) * np.sin(phi + np.pi / 2)

    # Пересчет x-компоненты скорости второй частицы
    VX2 = v2 * np.cos(theta2 - phi) * (mass2 - K * mass1) \
    * np.cos(phi) / (mass1 + mass2) \
    + ((1 + K) * mass1 * v1 * np.cos(thetal - phi)) \
    * np.cos(phi) / (mass1 + mass2) \

```

```

+ K * v2 * np.sin(theta2 - phi) * np.cos(phi + np.pi / 2)

# Пересчет y-компоненты скорости второй частицы
VY2 = v2 * np.cos(theta2 - phi) * (mass2 - K * mass1) \
* np.sin(phi) / (mass1 + mass2) \
+ ((1 + K) * mass1 * v1 * np.cos(theta1 - phi)) \
* np.sin(phi) / (mass1 + mass2) \
+ K * v2 * np.sin(theta2 - phi) * np.sin(phi + np.pi / 2)

else:
    #если условие столкновения не выполнено, то скорости частиц не
пересчитываются
    VX1, VY1, VX2, VY2 = vx1,vy1,vx2,vy2

return VX1, VY1, VX2, VY2

for k in range(n-1):
    t=[tau[k],tau[k+1]]
    for m in range(N):
        s0 = p[m,0], p[m,1], p[m,2], p[m,3]
        sol = odeint(move_func, s0, t)

        p[m,0] = sol[1,0]
        p[m,1] = sol[1,1]
        p[m,2] = sol[1,2]
        p[m,3] = sol[1,3]

        x[m,k+1], y[m,k+1] = p[m,0], p[m,2]

        res = collision(p[m,0],p[m,1],p[m,2],p[m,3], 0, 0, 0, 0, 0.01, 0.5,
0, 1, 2)

        p[m,1], p[m,3] = res[0], res[1]

# Графика
def circle(radius, x0, y0): #Функция, генерирующая координаты ядра звезды
    phi = np.linspace(0, 2*np.pi, 100)
    x = x0 + radius * np.cos(phi)
    y = y0 + radius * np.sin(phi)
    return x, y

fig, ax = plt.subplots() #Создание пространства для анимации
nucleus, = plt.plot([], [], color='r', lw=5) #анимируемый объект
particles, = plt.plot([], [], marker='o', color='r', label='circle')

# Определение области
edge = 8
ax.set_xlim(-edge, edge)
ax.set_ylim(-edge, edge)

def animate(i): #Функция подстановки координат в анимируемый объект
    nucleus.set_data(circle(radius=R, x0=0, y0=0)) # Ядро звезды
    particles.set_data(x[:,i], y[:,i])

ani = animation.FuncAnimation(fig,
                              animate,
                              frames=1000,
                              interval=0.1)

plt.axis('equal')
ani.save('Supernova.gif')

plt.show()

```