

# Много частичное столкновение

Выполнил: В. А. Башкиров

Научный руководитель: А. С. Байгашов

## Аннотация

Данная работа посвящена исследованию столкновений сложных структур, состоящих из более мелких элементарных объектов, а также взаимодействия таких объектов между собой. Приводятся результаты моделирования столкновений структур и разлета их компонентов.

## Введение

Вопрос численного моделирования сложных структур традиционно решается методом разбиения целого объекта на более мелкие и простые: текстуры при моделировании трехмерных объектов разбиваются на треугольные полигоны, в песочницах вроде Minecraft весь мир разделен на простые части (“блоки”), для каждой из которых заранее определено свое поведение. Этот же принцип работает в отношении всей современной компьютерной техники вообще: она построена на принципе постепенного дробления сложного конечного продукта на все более простые элементы, что позволяет напорядки упростить процесс разработки.

Однако в данной работе был выбран обратный принцип – изначальный объект не делится на набор простых частей, а составляется из заранее определенных элементарных объектов-примитивов (в данном случае – шариков). Поэтому весь процесс моделирования сводится к изначальной расстановке примитивов и дальнейшему расчету их положений и скоростей в двухмерном пространстве для каждого шага анимации. Для реализации модели используются знания, полученные из лекционного материала математического моделирования, школьного курса математики и физики, а также дополнительных источников.

Таким образом, целью работы является изучение столкновения и разлета простых объектов-примитивов, составляющих сложную структуру. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- Определить систему дифференциальных уравнений, описывающих динамику простых объектов.
- Определить начальные условия для решения системы дифференциальных уравнений.
- Исследовать столкновения простых объектов.
- Написать алгоритм решения поставленной задачи.

## Постановка задачи

Ориентируясь на цель исследования, была составлена система дифференциальных уравнений, которая выражает изменение положения простого объекта (шарика) со временем:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_x \\ \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dy}{dt} = v_y \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

где  $g$  – ускорение свободного падения.

Изменяющейся величиной в системе является положение объекта в декартовой системе координат, а переменной – время.

Далее воспользуемся формулами для расчета скоростей шарообразных тел после нецентрального столкновения:

$$v'_{1x} = v_1 \cos(\theta_1 - \varphi) \cos(\varphi) + \frac{(1 + K)m_2(v_2 \cos(\theta_2 - \varphi) - v_1 \cos(\theta_1 - \varphi))}{m_1 + m_2} \cos(\varphi) + v_1 \sin(\theta_1 - \varphi) \cos(\varphi + \frac{\pi}{2})$$

$$v'_{1y} = v_1 \cos(\theta_1 - \varphi) \sin(\varphi) + \frac{(1 + K)m_2(v_2 \cos(\theta_2 - \varphi) - v_2 \cos(\theta_1 - \varphi))}{m_1 + m_2} \sin(\varphi) + v_1 \sin(\theta_1 - \varphi) \sin(\varphi + \frac{\pi}{2})$$

где  $K$  – коэффициент упругости ( $K = 0$  для абсолютно неупругого удара,  $K = 1$  для абсолютно упругого удара,  $0 < K < 1$  для реального удара),  $m_1$  и  $m_2$  – массы тел,  $v_1$  и  $v_2$  – скорости тел до столкновения,  $\theta_1$  и  $\theta_2$  – углы между осью  $X$  и векторами скорости шаров (углы отсчитываются от положительного направления оси  $X$  против часовой стрелки),  $\varphi$  – угол соприкосновения (угол между положительным направлением оси  $X$  и вектором, соединяющим центры тел, отсчитывается также против часовой стрелки). Для компонент скорости 2-го тела нужно сделать замену  $1 \leftrightarrow 2$ . Углы  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  и  $\varphi$  рассчитываются по формулам:

$$\theta_1 = \arccos(v_{1x}/v_1), \text{ если } v_{1y} \geq 0;$$

$$\theta_1 = 2\pi - \arccos(v_{1x}/v_1), \text{ если } v_{1y} < 0;$$

$$\theta_2 = \arccos(v_{2x}/v_2), \text{ если } v_{2y} \geq 0;$$

$$\theta_2 = 2\pi - \arccos(v_{2x}/v_2), \text{ если } v_{2y} < 0;$$

$$\varphi = \arccos \frac{x_1 - x_2}{r_{12}}, \text{ если } y_1 - y_2 \geq 0;$$

$$\varphi = 2\pi - \arccos \frac{x_1 - x_2}{r_{12}}, \text{ если } y_1 - y_2 < 0;$$

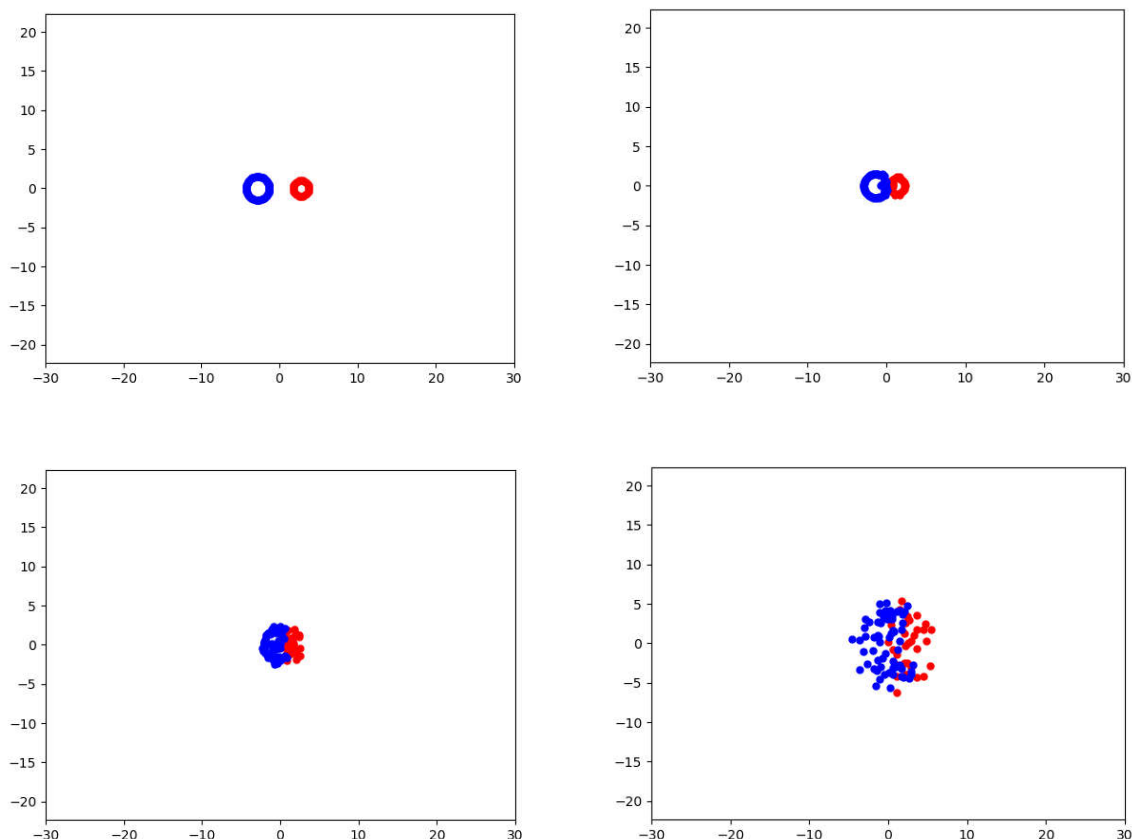
## Начальные условия

Для решения системы дифференциальных уравнений и построения математических моделей определим начальные параметры:

- Коэффициент сопротивления среды отсутствует.
- Коэффициент упругости  $K = 1$  (абсолютно упругий удар).
- Ускорение свободного падения равно 0.
- Масса и радиус каждого тела по умолчанию равны 10 и 0.5 соответственно.
- На каждом шаге анимации для решения дифференциального уравнения передаются  $x$  и  $y$  координаты точки, а также  $v_x$  и  $v_y$  составляющие скорости.

## Результаты моделирования / Численное решение

Результатом исследования стала модель столкновений кольцеобразных структур, состоящих из элементарных объектов, реализованная посредством среды программирования Python. Модель не только решает уравнения движения для расчёта траекторий движения элементов после столкновения, но и визуализирует результат расчёта в виде наглядной анимации (рис. 1).



## Заключение

В ходе проведенного исследования было наглядно показано, что моделирование сложных структур, состоящих из отдельных элементарных объектов, позволяет наглядно

демонстрировать достаточно сложные процессы деформации и разрушения сложных структур в ходе их столкновения. В частности, такие возможности можно использовать для моделирования таких сложных процессов, как столкновение галактик, что может стать дальнейшим развитием настоящей работы. Для этого необходимо изменить систему дифференциальных уравнений, добавив в нее гравитационное взаимодействие, создать алгоритмы для слияния тел при столкновении, для генерации спиральных галактик и определения их вращения.

## **Список литературы**

1. NumPy Reference Release 1.15.1 Written by the NumPy community August 23, 2018
2. SciPy Reference Guide Release 1.1.0 Written by the SciPy community May 05, 2018
3. SymPy Documentation Release 1.3 SymPy Development Team September 14, 2018

## **Приложение**

Листинг кода для решения задачи состоит из двух файлов, которые можно найти здесь:

[https://github.com/JuStMARVINnn/final\\_project/tree/master/code](https://github.com/JuStMARVINnn/final_project/tree/master/code)