

Тема работы:

Моделирование системы колец массивных тел

Проект подготовили:

Навагин Павел Дмитриевич, 10 класс МАОУ Лицей №23

Шейнина Майя Игоревна, 11 класс МАОУ Лицей №23

Научный руководитель:

Байгашов Алексей Сергеевич,

Балтийский Федеральный Университет им. И. Канта,

г. Калининград

г. Калининград, 2019

Аннотация

В работе приводятся результаты численного моделирования динамики системы колец массивного тела на примере Сатурна. Рассматриваются различные сценарии взаимодействия системы «планета – кольца» в условиях прохождения рядом с ней другого тяготеющего объекта.

Введение

Изучение динамики систем частиц – важный и актуальный вопрос современной небесной механики. В этом смысле кольца планет-гигантов представляют собой особый интерес, так как являются редким примером квазидвумерных упорядоченных объектов с изотропными динамическими характеристиками. Толщина колец составляет всего около километра, при характерной ширине в тысячи километров и длине окружности до миллиона километров!

Первым, кто смог увидеть кольца Сатурна, был Галилео Галилей, который наблюдал их в свой телескоп с двадцатикратным увеличением в 1610 году, но не идентифицировал их как кольца. По мерей дальнейшего совершенствования наблюдательных инструментов и развития естественных наук число гипотез о происхождении и природе колец лишь возрастало. Так, в 1659 году Христиан Гюйгенс впервые предположил, что увиденное Галилеем образование вокруг Сатурна является кольцом, а в 1675 году Джованни Доменико Кассини определил, что оно состоит из двух частей, разделенных темным промежутком, который позднее был назван делением (или щелью) Кассини.

Дальнейшее изучение колец Сатурна с Земли, а, начиная с конца XX века, и с пролетающих космических аппаратов, позволило составить достаточно полное их описание. Сейчас достоверно установлено, что кольца состоят преимущественно из водяного льда, по большей части представленного небольшими частицами размером от нескольких миллиметров до десятков сантиметров. Гораздо реже в кольцах встречаются более крупные объекты, чей поперечник может достигать десятков метров.

Гораздо более важным следствием быстрого прогресса в методах и инструментах астрономических наблюдений стало открытие колец и у других планет-гигантов Солнечной системы. Современные телескопы и дальние межпланетные автоматические станции (АМС) смогли зафиксировать более тонкие, но однозначно идентифицируемые кольца у всех планет-гигантов. Следствием этого наблюдение стала интенсификация изучения природы и эволюции колец. Более того, было сделано логичное

предположение, что и многочисленные открытые в начале XXI века экзопланеты газового типа могут иметь аналогичные кольца.

Таким образом, исследование динамики колец планет-гигантов представляет как несомненную практическую ценность в контексте дальнейших наблюдений, так и интересный теоретический вопрос. Дело в том, что даже использование современных вычислительных средств не позволяет последовательно смоделировать поведение триллионов отдельных частиц в огромных кольцах. В то же время, благодаря упомянутой изотропии в движении колец как целого, возникает вопрос о возможности моделировать их эволюцию целостно, либо рассматривать отдельные ключевые точки.

В рамках настоящей работы предполагается использовать среду программирования Python 3 с подключаемыми библиотеками для решения задачи о воздействии на систему колец движущегося гравитирующего тела. Такая ситуация может происходить либо на ранних этапах планетарной эволюции, либо в случае так называемой блуждающей планеты.

Для достижения поставленной цели необходимо:

- Изучить язык программирования Python 3 и освоить необходимые библиотеки.
- Изучить математический аппарат дифференциальных уравнений.
- Написать алгоритм численного расчета дифференциального уравнения.
- Определить начальные параметры поставленной задачи.
- Провести моделирование и сделать выводы по его результатам.

1. Дифференциальные уравнения как аппарат описания физических процессов

Для решения поставленных задач необходимо использовать аппарат дифференциальных уравнений в качестве средства описания гравитационного взаимодействия. С учётом использования среды программирования Python и встроенных библиотек для численного решения, особенности строго математического введения понятия дифференциальных уравнений в рамках настоящей работы не представляют особого интереса. Достаточно описать дифференциальное уравнение как уравнение, связывающее функцию и её бесконечно малое приращение, связанное с тем или иным параметром (производную по параметру).

Несмотря на всё многообразие дифференциальных уравнений (линейные и нелинейные разного порядка), существуют достаточно универсальные методы их численного решения, применяющиеся к каждому конкретному уравнению в зависимости от его типа. Современные системы компьютерной алгебры, такие как Maple или Mathematica, а также специализированные библиотеки многих программных пакетов, включая используемый в настоящем исследовании Python 3, имеют автоматизированный или пользовательский выбор типа численного решения, которое автоматически отыскивается с заданной или максимально возможной точностью.

Любой метод численного решения дифференциального уравнения или их системы подразумевает тот или иной способ наложения сетки на пространство моделирования, то есть выбор некоторого фиксированного (как правило, достаточно большого) числа точек, в которых будет производиться расчёт значений функций и их приращений. В этом смысле всякий метод численного решения по определению ограничен в точности шагом сетки.

В контексте поставленной задачи о расчёте динамики колец Сатурна такое ограничение позволяет переформулировать задачу: как описать структурно-однородный объект (кольцо) в терминах дискретной сетки численного расчёта? Очевидным решением этой задачи является разбиение кольца на элементы, число которых будет равно числу узлов сетки в области кольца. Однако в таком случае возникает закономерный вопрос о целесообразности разбиения кольца на меньшее число элементов для экономии времени расчёта и более оптимального использования вычислительных мощностей.

Вполне очевидно, что разбиение структурно-однородного объекта на элементы допустимо, только если динамика элементов на масштабах, сопоставимых с шагом разбиения, околоизотропна. Это означает, что на каждую пару соседних элементов должны действовать схожие по модулю и направлению силы, что обеспечит схожесть динамики элементов.

Для проверки справедливости вышеописанного утверждения необходимо определиться с методом воздействия на систему элементов. В рамках настоящего исследования в качестве средства воздействия рассматривается прохождение массивного гравитирующего тела, по параметрам эквивалентного планете Юпитер. При этом планета проходит на малом расстоянии от системы Сатурн – кольца, вовлекая в своё гравитационное поле как саму планету, так и всю систему спутников и колец. Для чистоты эксперимента кроме элементов колец рассмотрим также четыре спутника Сатурна, обращающиеся вокруг планеты.

Таким образом, исходная задача о моделировании динамики колец Сатурна сводится к численному решению системы дифференциальных уравнений для отдельных объектов в поле силы тяжести, генерируемой Сатурном, гравитирующим телом, и самими моделируемыми объектами. Решение такой задачи средствами Python подразумевает запись уравнений движения, а также начальных условий для всех тел в системе, что и является первым шагом в постановке численного эксперимента.

2. Постановка дифференциальной задачи

Для решения всякой дифференциальной задачи необходимо определить необходимые начальные условия. В случае задачи о спутниках Сатурна и его кольцах, необходимо определить начальные координаты планеты и элементов кольца, вращающихся вокруг центрального тела, а также их начальные скорости.

Исходя из модельных условий, в качестве изменяемой величины возьмем координаты частиц, спроецированных на оси OX и OY , которые с течением времени изменяются по законам:

$$\frac{dx}{dt} = V_x \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dt} = V_y \quad (2)$$

где V_x, V_y – проекции скоростей, которыми обладают частицы, перемещаясь по своим орбитам вокруг гравитирующего тела.

Далее определим закон изменения проекций скоростей с течением времени. В рамках поставленной задачи моделируется пролёт в непосредственной близости от системы «Сатурн – кольца» планеты с массой Юпитера, а потому на каждый элемент колец будет действовать двухкомпонентная сила, проекция которой в пересчёте на ускорение будет равна:

$$\frac{dV_x}{dt} = - \frac{GM_S(x-x_S)}{((x-x_S)^2 + (y-y_S)^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{GM_J(x-x_J)}{((x-x_J)^2 + (y-y_J)^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

$$\frac{dV_y}{dt} = - \frac{GM_S(y-y_S)}{((x-x_S)^2 + (y-y_S)^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{GM_J(y-y_J)}{((x-x_J)^2 + (y-y_J)^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (4)$$

где G – гравитационная постоянная; M_S – масса Сатурна; M_J – масса Юпитера; x_S, y_S – начальные координаты Сатурна; x_J, y_J – начальные координаты Юпитера.

Уравнения (1), (2), (3), (4) – это дифференциальные уравнения, описывающие изменение взаимного расположения объектов, вращающихся вокруг Сатурна.

3. Начальные условия и численные решения

Для решения поставленных задач необходимо определить начальные условия. Поскольку все дифференциальные уравнения имеют первый порядок, то для их решения необходимо и достаточно определить начальные радиусы орбит (r), по которым вращаются частицы, а также начальные скорости. Будем считать, что объекты вращаются по круговой орбите т.е.

$$V = \sqrt{\frac{GM_s}{r}} \quad (5)$$

Далее необходимо перейти к отдельным объектам. Разделим полное кольцо Сатурна на 20 сегментов, каждый из которых аппроксимируем одиночным тяготеющим объектом эталонной массы m . Координаты и скорости каждого из объектов зададим, исходя из табличных значений параметров движения колец Сатурна, за радиус взяв расстояние до щели Кассини (120 тыс. км. от центра Сатурна). Пересчитав по формуле (5) скорость кругового движения, получим набор из 20 пар радиус-векторов и скоростей, одинаковых по модулю и различающихся по направлениям.

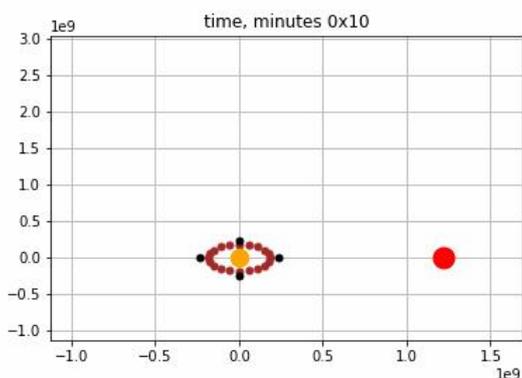
Следующим этапом задания начальных условий является простое проецирование радиус-векторов и векторов скоростей элементов колец на двумерную сетку XY . Аналогичным образом зададим начальные условия и для четырёх спутников Сатурна, чьи параметры орбиты возьмём из справочной информации, точно также спроецировав на заданную сетку.

Последним этапом подготовки начальных условий для моделирования является добавление нового гравитирующего тела, эквивалентного планете Юпитер. Поместим его в стороне от системы «Сатурн – кольца», однако, чтобы не затягивать время моделирования, расстояние между ними возьмём небольшое, сравнимое с удвоенным диаметром аппроксимированного точечными элементами кольца.

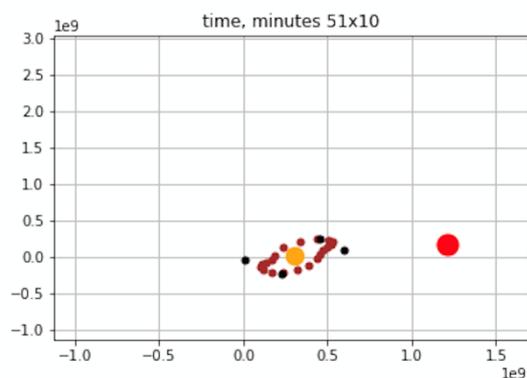
Моделирование поставленной задачи будем проводить при помощи библиотек Scipy, Numpy и Matplotlib языка программирования Python 3 с использованием компилятора Spider.

4. Результаты моделирования

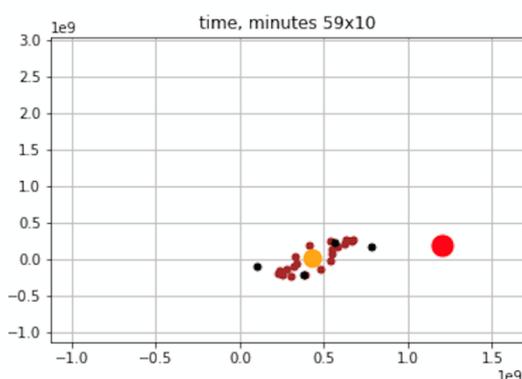
В результате проведённого численного моделирования были получены наглядные картины воздействия гравитирующего тела на структуру колец Сатурна и динамику его спутников. В невозмущённом состоянии (рис. 1, а) кольцо сохраняет свою правильную форму, спутники обращаются по траекториям вокруг своей планеты. Однако уже через некоторое время после внесения в модель дополнительного гравитирующего тела (рис. 1, б) структура кольца искажается. При этом наблюдается сохранение симметрии в движении спутников и элементов кольца, которая прослеживается и на более поздних стадиях эволюции системы (рис. 1, в, г). Это свидетельствует о том, что основной силой, действующей на динамику кольца и спутников, продолжает являться сила притяжения Сатурна.



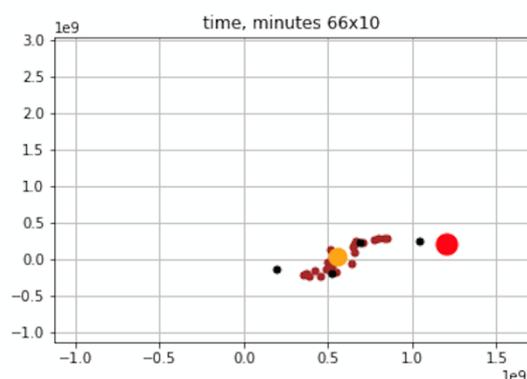
(а)



(б)



(в)



(г)

Рис. 1. Первая фаза взаимодействия пролетающей планеты (красное тело) с системой колец (бордовые точки) и спутников (чёрные точки) Сатурна (жёлтое тело).

Однако, по мере приближения Сатурна и его системы к новому гравитирующему телу упорядоченность в движении элементов кольца и спутников пропадает. Начинается вторая фаза взаимодействия, в которой доминирующей становится сила тяготения от нового тела. Сам Сатурн совершает своеобразный гравитационный манёвр, сначала быстро приближаясь к новой планете (рис. 2, а), а затем отдаляясь от неё. По этой причине сопровождающие его элементы кольца и спутники испытывают сильные и быстрые изменения суммарного вектора сил притяжения, которые на них воздействуют. Вследствие этого, в зависимости от своего положения и скорости на момент начала второй фазы взаимодействия, различные объекты приобретают характерно разные по модулю и направлению векторы движения, что в конечном счёте приводит к установлению хаотической картины распределения элементов кольца в пространстве (рис. 2, в, г).

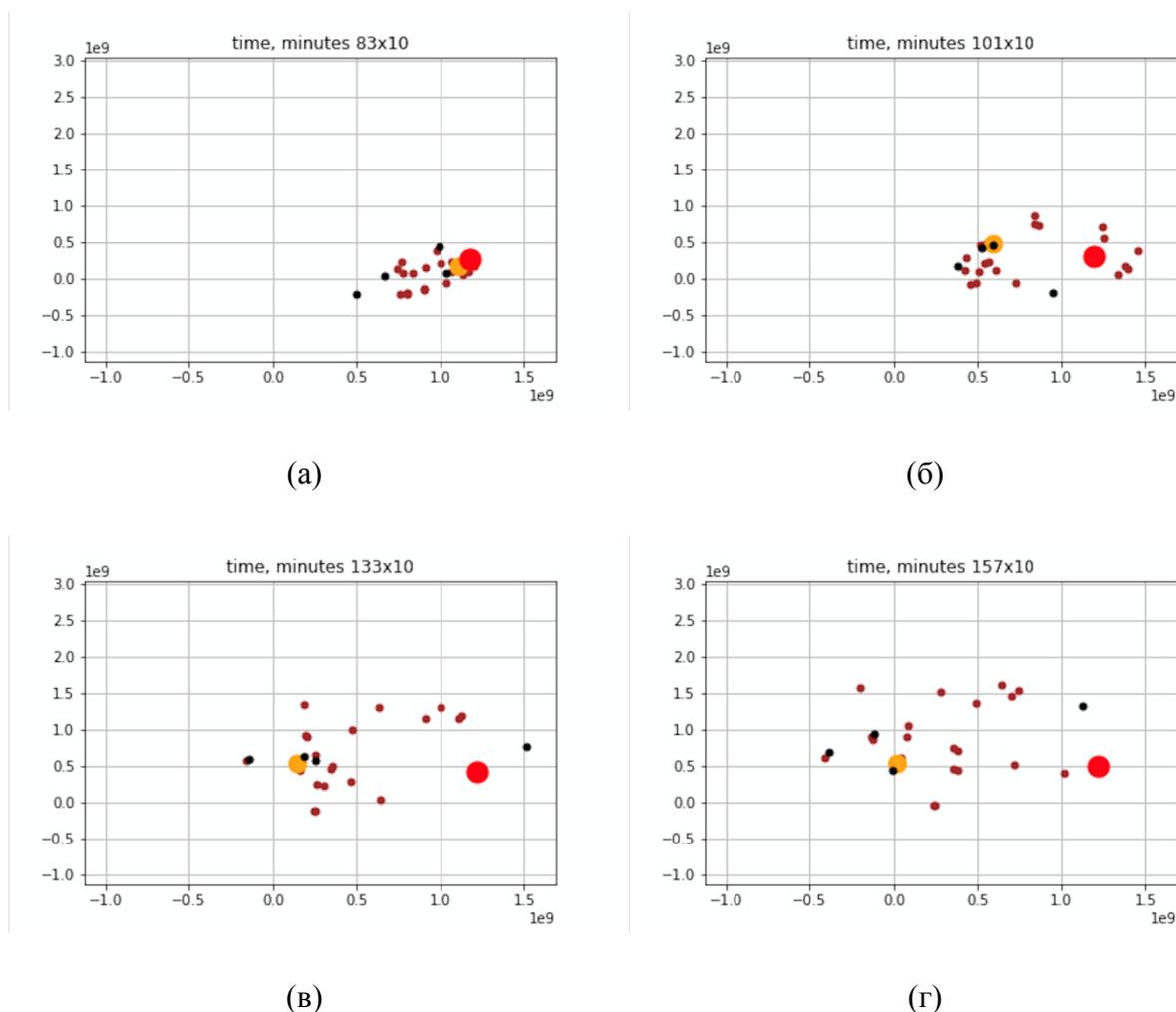


Рис. 2. Вторая фаза взаимодействия пролетающей планеты (красное тело) с системой колец (бордовые точки) и спутников (чёрные точки) Сатурна (жёлтое тело), утрата внутренней структуры системы.

Заключение

Проведённое исследование продемонстрировало принципиальную возможность моделирования сложных процессов в гравитационно-связанных системах со структурно-однородными объектами типа колец посредством разбиения объектов на характерные элементы, динамику которых можно рассчитывать по известным законам.

Важным наблюдением является сохранение симметрии и общей связанной структуры кольца на первой фазе взаимодействия. Это свидетельствует о сохранении доминирующего гравитационного воздействия Сатурна на малые объекты во время этой фазы. Как показывает моделирование, в таких условиях допустимо рассматривать сложную систему (кольцо) по ограниченному числу выбранных элементов, интерполируя положения сколь угодно большого количества промежуточных элементов между ними. Такой подход позволит существенно экономить вычислительные мощности и ограничиваться расчётом динамики сравнительно малого количества элементов.

В то же время, в условиях быстрого сближения гравитирующих тел и, как следствие, возникновения сильных перепадов сил тяжести в локальных окрестностях взаимодействующих тел происходит быстрая утрата структурной целостности рассматриваемого объекта. При этом отдельные элементы рассыпаются и начинают несвязанное друг с другом движение в пространстве. Таким образом, во время второй фазы взаимодействия отдельные структурные элементы уже не могут служить показателем воздействия на структуру как целое.

Остаётся открытым вопрос об устойчивости полученных результатов к изменению числа элементов, на которые разбивается первоначальная структура. Однако уже сейчас явно видно, что представление о кольце по отдельным элементам сохраняет свою справедливость даже в условиях внешнего воздействия, нарушающего изначальную кольцевую симметрию, если это воздействие не слишком велико.

Ключевым критерием является сопоставимость как по модулю, так и по направлению сил, действующих на каждую пару элементов в кольце.

Таким образом, можно сделать вывод о принципиальной возможности моделирования сложных динамически упорядоченных объектов путём разбиения их на счётное число элементов до тех пор, пока динамика отдельных элементов сохраняет связность друг с другом. В рассмотренном случае критерием сохранения этой связности выступает доминирующее воздействие силы тяжести Сатурна. Как только гравитационное

воздействие пролетающего рядом Юпитера становится сопоставимым с воздействием Сатурна, система утрачивает связность.

Несмотря на то, что в рамках настоящей работы был рассмотрен весьма частный случай движения колец Сатурна, выработанные в ходе неё принципы могут оказаться полезными для широкого класса задач моделирования динамически упорядоченных объектов. К ним относятся как кольца других планет-гигантов (а в перспективе и экзопланет-гигантов), так и другие образования: пояс астероидов с круговыми орбитами отдельных объектов, а также спиральные галактики, в которых имеется упорядоченное движение (вращение вокруг общего центра) большинства звёзд. В перспективе это позволит сводить моделирование сверхсложных систем из сотен миллиардов и триллионов объектов к моделированию много более простых систем, состоящих из эталонных элементов общим числом в несколько сотен или тысяч.

Непосредственным же продолжением и развитием настоящей работы может стать рассмотрение более сложных типов взаимодействия колец Сатурна с гравитирующими объектами, а также эксперименты с количеством элементов разбиения колец. В любом случае, поставленные в настоящей работе цели были достигнуты, все необходимые задачи выполнены, а сделанные выводы позволяют с уверенностью судить о пользе проведённого исследования и его широких перспективах.