

Фигуры Лиссажу

А.В.Иванов

Научный руководитель: А.С.Байгашов

Аннотация

Данная работа посвящена исследованию фигур Лиссажу, а так же анимации их построения.

Фигуры Лиссажу - это замкнутые траектории, прочерчиваемые точкой, совершающей одновременно два гармонических колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Захотелось конструировать подобно Жулю Лиссажу максимально просто и наглядно, реализовать его идеи применительно к современной задаче линейных измерений. Но сделать это путём математического моделирования с графической визуализацией его результатов на Python.

Введение

Фигуры Лиссажу используют для сравнения частот двух электромагнитных колебаний. Для этого можно применить электронный осциллограф. Для получения фигур Лиссажу следует выключить внутреннюю развёртку осциллографа и подать сигнал образцового генератора на вход X, а сигнал измеряемой частоты - на вход Y. Форма обоих сигналов синусоидальна.

Актуальность данной работы состоит в возможности создания анимаций удивительных закономерностей и красивых форм, что является важным для понимания различных математических концепций и физических явлений. В рамках данной работы рассматривается процесс анимации таких фигур, как геометрические фигуры. Целью данной работы является предоставление понятных и привлекательных примеров анимации для демонстрации математических и геометрических концепций.

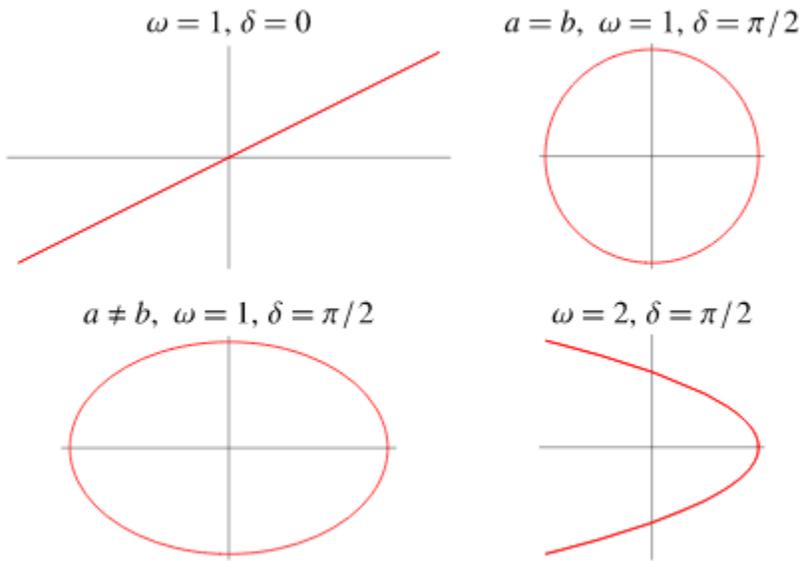
Постановка задачи

Зависимость координат x и y от времени t описывается системой:

$$\begin{cases} x(t) = A \sin(at + \delta), \\ y(t) = B \sin(bt), \end{cases}$$

где A, B — амплитуды колебаний, a, b — частоты, δ — сдвиг фаз.

Вид кривой сильно зависит от соотношения a/b .



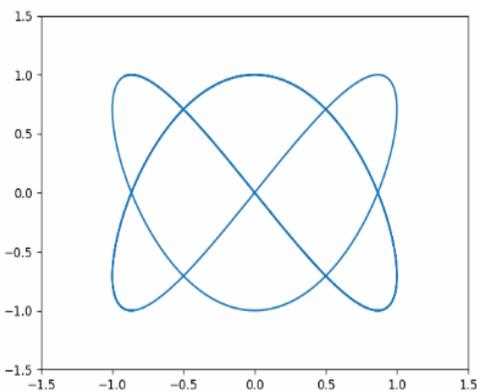
Начальные условия и параметры

Для того что-бы получалась фигура Лиссажу необходимо чтоб у фигуры была замкнутая траектория, тогда для решения поставленной задачи предлагаю взять следующие параметры для построения фигур Лиссажу:

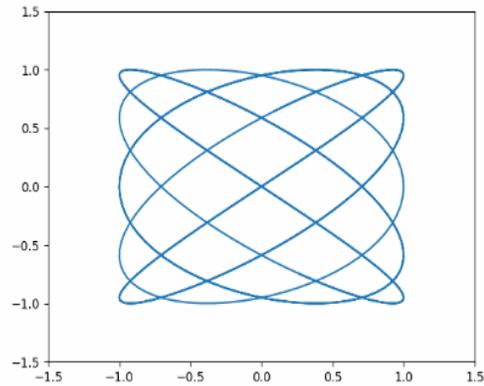
$a = 4, b = 3$ (4:3); $a = 5, b = 4$ (5:4); $a = 9, b = 8$ (9:8); $a = 1, b = 4$ (1:2)

Результаты моделирования

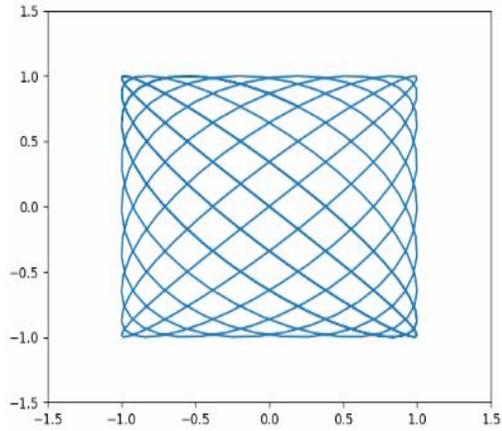
В результате численного моделирования были получены следующие результаты:



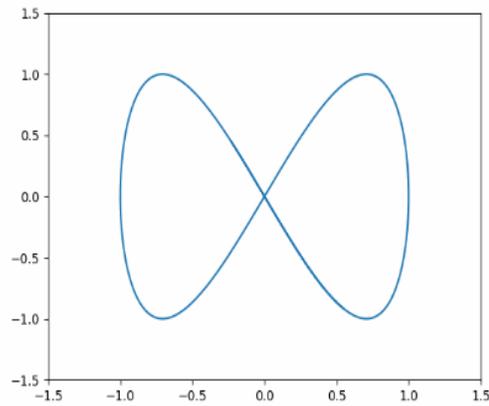
$a = 4, b = 3$ (4:3)



$a = 5, b = 4$ (5:4)



$a = 9, b = 8$ (9:8)



$a = 1, b = 4$ (1:2)

Заключение и перспективы

Эта работа не только позволила визуализировать различные формы и изменения, но и дала возможность наглядного демонстрация и преподавания сложных математических и физических концепций. Путем создания анимаций удалось сделать увлекательные и интуитивно понятные презентации, способные заинтересовать и обучить широкую аудиторию.